
Modélisation physique d'instruments de musique en systèmes dynamiques et inversion¹

Thomas Hélie

Laboratoire des Signaux et Systèmes,
CNRS - Supélec - Université Paris-Sud,
3, rue Joliot Curie,
F-91190 Gif-Sur-Yvette
Thomas.Helie@lss.supelec.fr

RÉSUMÉ. *Les instruments de musique auto-entretenus sont des systèmes dynamiques non linéaires aux régimes divers, complexes, parfois même chaotiques. Leur modélisation reproduit sonorités et comportements naturels, mais leur bon contrôle est délicat et pose la question de l'inversion : quel contrôle pour ce son cible ? Le travail de doctorat résumé ici s'intéresse aux cuivres. Trois problèmes sont traités : une méthode d'inversion pour un problème sous-déterminé, la représentation en systèmes à retards de guides d'ondes courbes avec pertes (impliquant des dérivées fractionnaires), et celle du rayonnement acoustique. L'originalité est de ramener des problèmes mécaniques et acoustiques à des problèmes d'automatique adaptés à la simulation (synthèse sonore) et à l'inversion (capture d'interprétations musicales).*

ABSTRACT. *The self-sustained musical instruments are nonlinear dynamical systems with many regimes of oscillation, even including chaotic ones. Modelling them leads to natural sounds and behaviours. But controlling them is difficult, leading to the question of the inversion: which control for this target sound? The results of the thesis compiled here concern the brass instruments. Three problems are presented: an inversion process for a sub-determined problem, representing lossy curved acoustic waveguides (involving fractional derivatives) with quadripoles including delays, as well as the acoustic radiation. The originality of this work consists of converting mechanical and acoustic problems into automatic ones, which are well-adapted to the simulation (sound synthesis) and the inversion (capture of musical interpretations).*

MOTS-CLÉS : *système non linéaire à retard, problème inverse, guide d'onde acoustique, phénomènes à mémoire longue, dérivées fractionnaires, synthèse sonore.*

KEYWORDS: *nonlinear system with delay, inverse problem, acoustic waveguide, long-memory phenomena, fractional derivatives, sound synthesis.*

1. Travaux de doctorat de l'Université de Paris-Sud, dirigés par Xavier Rodet à l'IRCAM-Centre Georges Pompidou (CNRS UMR 9912), Équipe Analyse/Synthèse, 1 place Igor Stravinsky, 75004 Paris, et co-encadré par Denis Matignon du département Traitement du Signal et des Images (CNRS UMR 5141) de Télécom Paris, 46 rue Barrault, 75013 Paris.

1. Introduction : modélisation physique pour la synthèse sonore

La modélisation physique mime un instrument par un système dynamique déduit de lois physiques (cf. figure 1a) : un excitateur (lèvres/anche) entre en oscillation par couplage avec un résonateur (tube), tous deux contrôlés en continu (pression de bouche, longueur de tube, etc). Cette modélisation a un intérêt majeur en synthèse

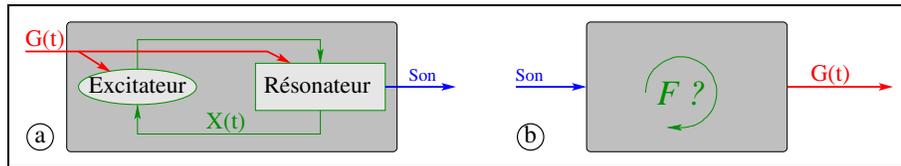


Figure 1. Problème direct (a, synthétiseur de son) et inversion (b, analyse gestuelle)

sonore. Attaques, transitoires, mais aussi fausses notes ou « canards », sont générés naturellement au contraire des méthodes plus abstraites, eg. [CHO 73]. Mais, ces régimes pertinents pour l'oreille [RIS 67] sont aussi divers, complexes (cf. figure 2), et les atteindre par le bon geste nécessite d'être musicien. Ceci pose la question de l'inversion (cf. figure 1b) : quelle « commande gestuelle » $G(t)$ pour générer tel son cible ?

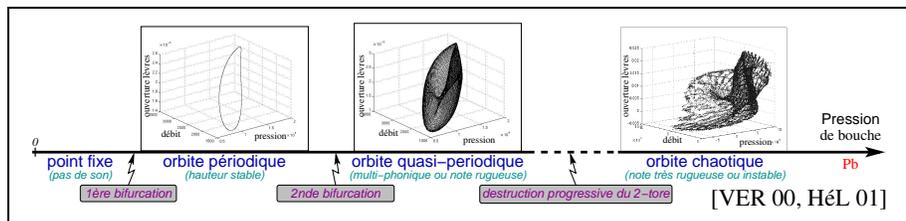


Figure 2. Évolution typique d'orbites (état de l'embouchure pour un cuivre)

Ce travail doctoral concerne la *description réaliste et modulaire* des cuivres en systèmes *concaténables*, adaptés à la *synthèse en temps-réel* et à l'*inversion*. Les résultats sont présentés en trois parties : excitateur et inversion (section 2), propagation dans des tubes courbes (section 3) et rayonnement (section 4).

2. Excitateur et inversion : lèvres couplées à un cuivre [HÉL 99]

La description des lèvres par un système masse-ressort-amortissement présentée en figure 2 a été validée dans [VER 00]. Les commandes $G(t)$ sont la pression de bouche p_b , la contraction ω et l'amortissement a des lèvres, la longueur du tube L . L'inversion de ce système est un problème mal-posé car sous-déterminé : il existe une infinité de commandes qui génèrent un même son. Une sélection « physiquement sensée » est obtenue en considérant leur lenteur devant le caractère rapide et oscillant du son. Deux méthodes ont été développées ($\mathcal{M}(G(t), s(t)) = 0$: relations du modèle) :



Figure 3. Modèle simplifié permettant la synthèse en temps-réel

a) Minimiser les variations temporelles des gestes sous contrainte de générer le son :

$$\mathbf{G}^*(t) = \arg \min_{\mathbf{G}, \Lambda} \int_{t_0}^{t_f} \left[\|\mathbf{W}\mathbf{G}'(t)\|^2 + \Lambda(t) \mathcal{M}(\mathbf{G}(t), s(t)) \right] dt, \quad [1]$$

b) Imposer localement une forme (eg. $\mathbf{G}(t) = \mathbf{g}_0$) et optimiser l'adéquation geste/son :

$$\mathbf{g}_0^* = \arg \min_{\mathbf{g}_0} \int_{\tau}^{\tau+\delta} \|\mathcal{M}(\mathbf{g}_0, s(t))\|^2 dt \quad \text{avec } \delta \approx 20 \text{ ms.} \quad [2]$$

Des tests ont été réalisés sur des sons simulés. La méthode **a**) conduit à un système dynamique inverseur sensible au bruit sous sa forme actuelle (dérivées 4ièmes de (p_a, p_r) , cf. figure 2). Les résultats de **b**) sont satisfaisants pour tout type de régime.

3. Propagation acoustique dans un tube à section variable [HÉL 02]

3.1. D'une équation des ondes 2D à un modèle 1D réaliste [HÉL 03a]

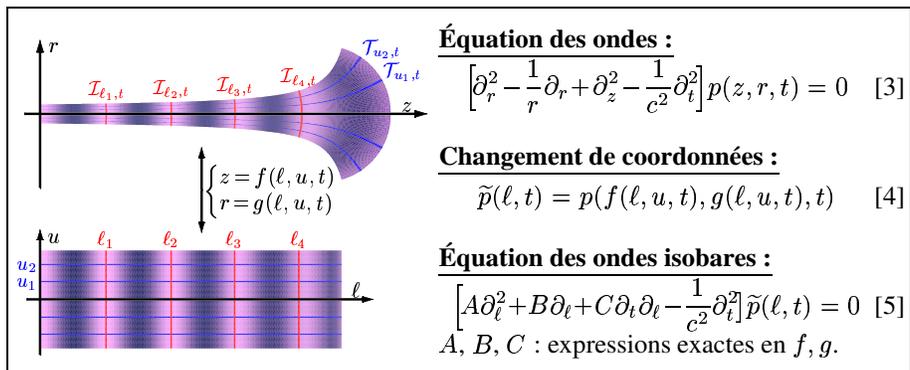


Figure 4. Changement de coordonnées redressant la carte des isobares

Une méthode exprimant une équation aux dérivées partielles dans des coordonnées redressant à chaque instant les iso-surfaces de la quantité gouvernée a été développée (cf. figure 4). Son application à l'équation des ondes [3] fournit [5]. Un invariant géométrique exact des cartes de propagation en est déduit ainsi que toutes les cartes statiques (plans parallèles, cylindres coaxiaux, sphères concentriques et cartes modales).

L'équation [5] fournit un modèle 1D dès que l'on évalue A, B, C pour un u choisi. Cette évaluation est possible sur la paroi \mathcal{W}_t pour A et C . Le cas de B nécessite une hypothèse. Celle choisie suppose que, près de \mathcal{W}_t , l'isobare $\mathcal{I}_{\ell,t}$ s'éloigne de sa sphère tangente moins vite qu'une parabole. Elle respecte l'angle $(\mathcal{I}_{\ell,t}, \widehat{\mathcal{W}_t})$ et la mobilité de $\mathcal{I}_{\ell,t}$. Les modèles sont établis pour une paroi rigide sans perte (idéal), mobile (conduit vocal), et rigide avec pertes visco-thermiques (cuivres). Le dernier est donné par²

$$\left[\partial_\ell^2 - \partial_{ct}^2 - \varepsilon(\ell) \partial_{ct}^{\frac{3}{2}} - \Upsilon(\ell) \right] (\mathcal{R}(\ell) \tilde{p}(\ell, t)) = 0, \quad [6]$$

où ℓ mesure la longueur de la paroi, $\varepsilon(\ell)$ et $\Upsilon(\ell)$ se déduisent du rayon du tube $\mathcal{R}(\ell)$.

3.2. D'un modèle 1D réaliste à un système biporte à retard

Sur des tronçons où $\varepsilon(\ell) \approx \varepsilon$ et $\Upsilon(\ell) \approx \Upsilon$, [6] est soluble en ℓ et conduit à des systèmes biportes (convention «pression, vitesse» (p, v) ou ondes progressives (ψ^+, ψ^-)), concaténables pour former un guide entier. Pour (ψ^+, ψ^-) , le système est causal et représentable (cf. figure 5a) par des retards et des transferts instantannés, fractions rationnelles en s (variable de Laplace), $\Gamma(s)$ (racine carrée de $(s/c)^2 + \varepsilon(s/c)^{\frac{3}{2}} + \Upsilon$), et $e^{-\tau(\Gamma(s)-s)}$. Des systèmes rétropropagateurs sont aussi définis avec ce formalisme.

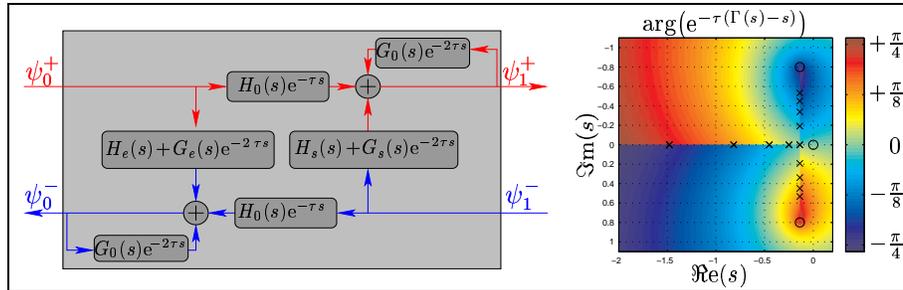


Figure 5. a) Représentation du tube par un système bouclé à retard. b) Transfert $e^{-\tau(\Gamma(s)-s)}$ et placement des pôles (x) sur la coupure (o : points de branchements)

3.3. Réalisation faible coût pour mémoire longue [HéL 03c]

Cette représentation évite de calculer l'état dans tout le tube mais ne conduit pas encore à des simulations temporelles à faible coût car les transferts $H_k(s), G_k(s)$

2. L'existence et l'unicité de solution ont été prouvées dans [HAD 03] en collaboration avec Housseem Haddar (projet Ondes, INRIA) et Denis Maignon (département TSI, Télécom Paris).

(cf. figure 5a) représentent des opérateurs de dimension infinie. Ils expriment une mémoire longue (amortissement plus lent qu'exponentiel) due aux pertes et à la courbure.

Deux méthodes d'approximation ont été développées (cas de courbures positives). La première, par série divergente tronquée, conduit à des transferts d'ordre fini corrects lorsque l'effet de courbure domine celui des pertes. La seconde³ étend les *représentations diffusives* et leurs approximations en représentant les singularités des transferts (ici, des coupures liant trois points de branchement et l'infini) par un nombre fini de pôles (cf. figure 5b pour un choix de « coupure en croix »). Typiquement, un système de dimension 20 décrit fidèlement un transfert.

4. Rayonnement acoustique d'un pavillon [HÉL 02], [HÉL 03d]

En assimilant rayonnement du pavillon à celui d'une sphère \mathcal{S} partiellement animée d'une vitesse uniforme (cf. figure 6), une impédance analytique a été obtenue par décomposition sur les harmoniques sphériques. Sa compatibilité avec le modèle 1D [6] est obtenue en la moyennant sur \mathcal{S}_0 (solution sans dépendance angulaire optimale au sens de l'énergie). Ce modèle est alors approché par le système à retard simulable

$$\sum_{k=0}^3 A_k \frac{d^k p}{dt^k}(t) = \sum_{l=1}^3 B_l \frac{d^l v}{dt^l}(t) + \sum_{n=1}^2 C_n \frac{d^n v}{dt^n}(t - \tau), \quad [7]$$

où les coefficients sont obtenus par optimisation (moindres carrés dans le domaine fréquentiel). L'erreur d'approximation est négligeable devant celle de moyennage.

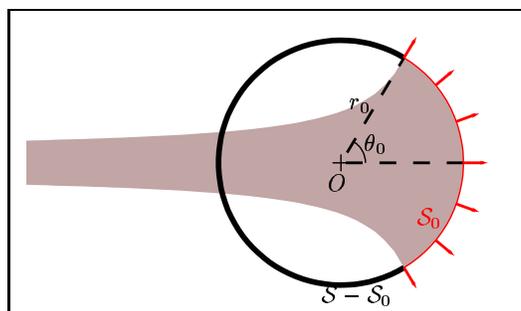


Figure 6. Approximation géométrique pour le rayonnement d'un pavillon

5. Conclusion et enjeux

La synthèse sonore par modélisation physique est indissociable du problème de son contrôle. La méthode d'inversion montre que la diversité des régimes n'est pas un

3. Travail co-encadré par Denis Matignon du département TSI de Télécom Paris.

obstacle si elle est bien représentée par le modèle (ici, cas idéal : sons de synthèse). Des systèmes à retard permettent d'approcher les résonateurs courbes avec pertes de manière réaliste, grâce aux outils généraux développés, en particulier : le redressement dynamique d'iso-surfaces (code MAPLE[©], [HÉL 02]) et les approximations de représentations diffusives étendues. Depuis la thèse, une représentation en séries de Volterra a permis d'inclure les non-linéarités de propagation [HÉL 03b].

Les enjeux de la synthèse et de l'inversion s'ouvrent à diverses applications : aide à l'apprentissage par comparaison des gestes analysés élève/professeur, correction d'interprétation musicale naturelle par inversion-resynthèse (post-production), conversion instrumentale (/vocale) par une mise en correspondance judicieuse de gestes pour des instruments (/physiologies) distincts, etc. Enfin, une cause de l'échec commercial du modèle physique dans l'industrie musicale est la trop grande simplicité des modèles utilisés et la difficulté de leur contrôle. Nos travaux améliorent ces deux points.

6. Bibliographie

- [CHO 73] CHOWNING J., « The synthesis of complex audio spectra by means of frequency modulation », *J. Audio. Eng. Soc.*, vol. 21, 1973, p. 526-534.
- [HAD 03] HADDAR H., HÉLIE T., MATIGNON D., « a Webster-Lokshin model for waves with viscothermal losses and impedance boundary conditions : strong solutions », *Proc. of the 6th Int. Conf. on Math. and Num. Aspects of Wave Propag. Phenomena*, Jyväskylä, Finland, 2003, INRIA.
- [HÉL 99] HÉLIE T., VERGEZ C., LÉVINE J., RODET X., « Inversion of a physical model of a trumpet », *Proc. of the 38th IEEE Conf. on Decision and Control*, Phoenix, USA, 1999.
- [HÉL 01] HÉLIE T., VERGEZ C., RODET X., « Virtual musical instruments : Contribution to physical modeling and control of self-sustained instruments », *Proc. of the 5th Conf. on Systemics, Cybernetics and Informatics (SCI)*, Orlando, USA, 2001.
- [HÉL 02] HÉLIE T., « Modélisation physique d'instruments de musique en systèmes dynamiques et inversion », *Thèse*, Université de Paris-Sud, 2002.
- [HÉL 03a] HÉLIE T., « Mono-dimensional models of acoustic propagation in axisymmetric waveguides », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 114, n° 5, 2003, p. 2633-2647.
- [HÉL 03b] HÉLIE T., HASLER M., « Representation of the weakly nonlinear propagation in air-filled pipes with Volterra Series », *Proc. of the 11th Int. IEEE Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems*, Scuol, Switzerland, 2003.
- [HÉL 03c] HÉLIE T., MATIGNON D., « Numerical simulation of acoustic waveguides for Webster-Lokshin model using diffusive representations », *Proc. of the 6th Int. Conf. on Math. and Num. Aspects of Wave Propag. Phenomena*, Jyväskylä, Finland, 2003, INRIA.
- [HÉL 03d] HÉLIE T., RODET X., « Radiation of a pulsating portion of a sphere : Application to radiation of horns », *Acta Acustica*, vol. 89, n° 4, 2003, p. 565-577.
- [RIS 67] RISSET J.-C., « Sur l'analyse, la synthèse et la perception des sons, étudiées à l'aide de calculateurs électroniques », *Thèse*, Université de Paris-Sud, 1967.
- [VER 00] VERGEZ C., « Trompette et trompettiste : un système dynamique non linéaire à analyser, modéliser et simuler dans un contexte musical », *Thèse*, Université de Paris VI, 2000.