

*Rapport de stage*

# Modélisation du rayonnement des instruments à vent à trous latéraux

Master Ingénierie Mécanique et Acoustique  
Parcours Recherche Acoustique

Université du Maine

Encadrement :

René Caussé (IRCAM - Acoustique Instrumentale)  
Markus Noisternig (IRCAM - Espaces Acoustiques et Cognitifs)  
Nicolas Misdariis (IRCAM - Perception et Design sonores)

Vincent LE PIOUFFLE - Juillet 2010  
vincent\_lp@hotmail.com

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>3</b>
<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>1 L'IRCAM</b>	<b>5</b>
1.1 Présentation . . . . .	5
1.2 L'équipe acoustique instrumentale . . . . .	6
<b>2 Cadre général</b>	<b>7</b>
2.1 Pourquoi s'intéresse-t-on au rayonnement ? . . . . .	7
2.1.1 Introduction . . . . .	7
2.1.2 Reproduction sonore d'un instrument à vent . . . . .	7
2.2 Etude du rayonnement . . . . .	9
2.3 Description des instruments à vent . . . . .	9
2.3.1 Description géométrique . . . . .	9
2.3.2 Trous latéraux et rayonnement . . . . .	10
<b>3 Modélisation du rayonnement des instruments à vent</b>	<b>12</b>
3.1 Principe . . . . .	12
3.2 Modèle d'un tube percé de trous . . . . .	12
<b>4 Comparaison théorie/expérience, améliorations apportées au modèle</b>	<b>14</b>
4.1 Comparaison théorie-expérience . . . . .	14
4.2 Améliorations . . . . .	16
4.2.1 Utilisation des modèles récents . . . . .	16
4.2.2 Améliorations concernant les erreurs géométriques . . . . .	16
4.2.3 L'interaction externe . . . . .	18
<b>5 Prise en compte de l'interaction externe entre les trous latéraux</b>	<b>19</b>
5.1 Présentation . . . . .	19
5.2 La méthode proposée par J. Kergomard . . . . .	20
5.2.1 Etape 1 : Conservation des débits . . . . .	20
5.2.2 Etape 2 : Ecriture de la matrice admittance . . . . .	20
5.2.3 Etape 3 : Expression de la pression dans la perce en fonction de la pression à la sortie du trou latéral . . . . .	21
5.2.4 Etape 4 : Matrice impédance de rayonnement . . . . .	22
5.2.5 Etape 5 : Système final . . . . .	24

5.3	Comparaison théorie-expérience . . . . .	24
5.3.1	Sans interaction externe . . . . .	24
5.3.2	Avec interaction externe . . . . .	24
5.4	Evaluation de la méthode . . . . .	25
<b>6</b>	<b>Compréhension du phénomène d'interaction</b>	<b>27</b>
6.1	Etude paramétrique . . . . .	27
6.1.1	Approche, but . . . . .	27
6.1.2	Mise en place . . . . .	27
6.2	Résultats . . . . .	28
6.2.1	$S = f(Dtrou, freq)$ . . . . .	28
6.2.2	$S = f(Dist, freq)$ . . . . .	28
6.2.3	$S = f(Dtube, freq)$ . . . . .	28
6.3	Discussion . . . . .	29
	<b>Conclusion</b>	<b>30</b>
	<b>Annexes</b>	<b>31</b>
A-	Matrices de transfert . . . . .	32
B-	Modèle du trou latéral . . . . .	33
C-	Impédances de rayonnement . . . . .	34
C.1-	Autoimpédances . . . . .	34
C.2-	Impédances mutuelles . . . . .	34
D-	Correction en présence d'une touche . . . . .	36
E-	Figures de directivité . . . . .	37
E.1-	Flûte traversière, avec et sans interaction . . . . .	37
E.2-	Saxophone tenor, sans interaction . . . . .	38
F-	Etude paramétrique . . . . .	42
F.1-	$S(Dist, freq)$ . . . . .	42
F.2-	$S(Dtrou, freq)$ . . . . .	42
G-	Normes pour la description des instruments . . . . .	47
H-	Harmoniques sphériques . . . . .	48
G-	Codes . . . . .	49
	<b>Bibliographie</b>	<b>50</b>

# Remerciements

Je remercie très chaleureusement René Caussé, Markus Noisternig et Nicolas Misdariis qui m'ont permis d'effectuer ce stage dans les meilleures conditions. Je les remercie pour leur sympathie, leur aide, leur disponibilité et pour la confiance qu'ils m'ont accordée durant ces quatre mois.

Je remercie aussi Pauline Eveno, doctorante à l'IRCAM, pour ses conseils.

Merci à Gérard Bertrand et Alain Terrier, les deux techniciens du laboratoire.

Merci à Antoine Falaize, stagiaire à l'IRCAM, pour ses commentaires avisés.

Enfin, je remercie aussi Jean Kergomard qui a pris le temps de répondre à mes questions.

# Introduction

Ce stage, réalisé à l'IRCAM, fait suite à ceux effectués par A. Rousseau (1996) et C. Lheureux (1997) qui avaient utilisé une méthode basée sur la théorie de la ligne de transmission pour calculer les figures de directivité d'instruments à vent (flûte, haubois, clarinette, basson). Le but de mon stage était d'améliorer leur modélisation. La première étape consista à remplacer certaines expressions par des formules plus récentes (Silva pour les impédances, Dalmont pour les plateaux), à rechercher les phénomènes physiques qui n'avaient pas été pris en compte et à étudier les façons dont ils pourraient être modélisés. C'est le cas en particulier de l'interaction externe entre les trous de l'instrument. La méthode proposée par J. Kergomard pour modéliser ces couplages a donc été implémentée durant ce stage.

Ce stage est aussi en lien avec celui d'Eric Boyer (mars 2009) qui avait travaillé sur le contrôle du rayonnement appliqué à la reproduction sonore d'un instrument de musique. La directivité des sources sonest un paramètre très mal reproduit par les systèmes de diffusion conventionnels et des recherches sont menées, notamment à l'IRCAM, afin de concevoir des systèmes permettant sa restitution. Or, ceci passe par une bonne connaissance du rayonnement des sources à reproduire et c'est donc dans ce cadre que s'inscrit ce stage.

Le cadre général de l'étude sera présenté dans un premier temps, puis, dans un second, j'introduirai la méthode utilisée par Rousseau/Lheureux pour modéliser le rayonnement des instruments à vents et décrirai, dans une troisième partie, les modifications apportées au modèle. La méthode pour l'interaction sera détaillée dans la partie suivante. Pour l'évaluer, nous utiliserons les modèles et données expérimentales des stages précédents. Enfin, un dernier chapitre sera consacré à la compréhension du phénomène d'interaction. Pour cela, une étude paramétrique a été réalisée, dans laquelle on examine l'influence des paramètres géométriques (rayon des trous, distance inter-trous, etc) sur l'interaction externe.

# Chapitre 1

## L'IRCAM

### 1.1 Présentation

L'Institut de recherche et coordination acoustique/musique est aujourd'hui l'un des plus grands centres de recherche publique au monde se consacrant à la création musicale et à la recherche scientifique. Lieu unique où convergent la prospective artistique et l'innovation scientifique et technologique, l'institut est dirigé depuis 2006 par Frank Madlener. L'Ircam développe ses trois axes principaux - création, recherche, transmission - au cours d'une saison parisienne, d'un festival fédérateur, de tournées en France et à l'étranger.

L'IRCAM est un des foyers principaux de la création musicale ainsi qu'un lieu de production et de résidence pour des compositeurs internationaux. L'institut propose une saison riche de rencontres singulières par une politique de commandes. De nombreux programmes d'artistes en résidence sont engagés, aboutissant également à la création de projets pluridisciplinaires (musique, danse, vidéo, théâtre et cinéma). Enfin, un grand festival annuel, Agora, permet la présentation de ces créations au public.

L'IRCAM est un centre de recherche à la pointe des innovations scientifiques et technologiques dans les domaines de la musique et du son. Partenaire de nombreuses universités et entreprises internationales, ses recherches couvrent un spectre très large : acoustique, traitement de signal, informatique (langages, temps réel, bases de données, interfaces homme-machine), musicologie, cognition musicale. Ces travaux trouvent des applications dans d'autres domaines artistiques comme le multimédia, les arts plastiques ou le spectacle vivant, ainsi que des débouchés industriels (industries culturelles, télécommunications, informatique, automobile et transports...).

L'IRCAM est un lieu de formation à l'informatique musicale. Son Cours et ses stages réalisés en collaboration avec des chercheurs et compositeurs internationaux font référence en matière de formation professionnelle. Ses activités pédagogiques concernent également le grand public grâce au développement de logiciels pédagogiques et interactifs nés d'une

coopération étroite avec l'Éducation nationale et les conservatoires. L'Ircam s'est enfin engagé dans des formations universitaires avec l'université Paris-VI pour l'accueil du master Acoustique, traitement du signal et informatique appliqués à la musique.

Depuis 2006, la politique artistique est devenue politique générale de l'institut. Une série de réformes propulse simultanément la création, la technologie et leur transmission vers les publics. Réforme de la saison avec de nombreux coproducteurs et de nouvelles esthétiques en présence ; réforme du pôle spectacle quittant le laboratoire pour investir les scènes musicales et le spectacle vivant ; réformes du Coursus déployé en deux années avec de nouveaux partenaires ; réforme des documentations assurant la transmission et la pérennité des oeuvres ; création de la « compagnie Ircam » portant un répertoire en France et à l'étranger ; création d'une action culturelle, d'un Journal de la création et de nouvelles médiations pour les publics. Ce chantier place l'IRCAM au coeur d'un espace sensible partagé.

Fondé par Pierre Boulez, l'Ircam est associé au Centre Pompidou sous la tutelle du ministère de la Culture. Depuis 1995, l'IRCAM et le CNRS sont partenaires dans le cadre d'une unité mixte de recherche STMS (Sciences et technologies de la musique et du son - UMR 9912). Récemment, l'IRCAM est devenu un laboratoire de l'Université Pierre et Marie Curie.

## 1.2 L'équipe acoustique instrumentale

L'équipe acoustique instrumentale étudie le fonctionnement des principales familles d'instruments de musique et élabore des modèles suivant les principes de la physique qui prennent en compte les caractéristiques de production (mécanismes d'excitation et de résonance) et de rayonnement du son. Les retombées de ces recherches s'appliquent en synthèse sonore dite par modélisation physique (développement du logiciel Modalys) et pour l'aide à la conception d'instruments.

# Chapitre 2

## Cadre général

### 2.1 Pourquoi s'intéresse-t-on au rayonnement ?

#### 2.1.1 Introduction

Une source sonore est souvent caractérisée par trois propriétés physiques : son intensité, son timbre et sa directivité. On entend par directivité les propriétés d'une source à émettre de manière préférentielle suivant une ou plusieurs directions de l'espace. Cette caractéristique dépend de la fréquence. Les systèmes de diffusion conventionnels (haut-parleurs) permettent une restitution maîtrisée de l'intensité et du timbre, mais possèdent une directivité propre ne leur permettant pas de reproduire les caractéristiques spatiales de la source dont ils diffusent le son. Cet écart à la réalité est en outre relayé par l'acoustique de la salle dans le cas d'une diffusion en espace fermé. Il peut devenir encore plus perceptible lorsque des sources électroacoustiques et acoustiques coexistent dans une même scène sonore. C'est pourquoi des recherches sont menées, notamment à l'IRCAM, afin de concevoir des systèmes capable de restituer la directivité de la source dont on souhaite reproduire le rayonnement.

Le stage d'Eric Boyer [1] (mars 2009) avait pour but de concevoir un tel système à directivité programmable. Ce travail était notamment motivé par un projet du compositeur Marco Stroppa qui, dans le cadre d'une commande pour le festival de Donaueschingen en octobre 2010, souhaite écrire un concerto pour cor de basset amplifié et orchestre. L'instrument soliste étant loin du public (et donc amplifié), il a paru intéressant à M. Stroppa d'utiliser les possibilités offertes par le contrôle de la directivité pour reproduire au mieux l'instrument et le faire co-exister avec l'orchestre. Eric Boyer a pu mettre en oeuvre une méthode permettant la restitution de la directivité. La modélisation du rayonnement du cor de basset s'inscrit dans la continuité de ce travail.

#### 2.1.2 Reproduction sonore d'un instrument à vent

J'explique ici de manière très simplifiée la méthode de reproduction utilisée. Les détails et certaines étapes de la méthode sont donc omis. Pour une description complète du procédé, se référer au rapport de stage d'Eric Boyer [1].

Le système de reproduction s'appelle le GSR (Global Source Radiator) et est composée

de 12 haut-parleurs. Il s'agit d'une source omnidirectionnelle dont les 12 canaux peuvent être contrôlés séparément. La première étape est de mesurer la réponse impulsionnelle de chacun des 12 haut-parleurs. Pour cela, on excite le système avec un sinus glissant (dont la fréquence augmente de manière logarithmique dans le temps). La déconvolution du signal temporel de pression relevé par les microphones est ensuite déconvolué par le sinus glissant afin d'obtenir la réponse impulsionnelle. La mesure consiste en un relevé du champ de pression le long d'une sphère centrée sur la source disposée dans une chambre anéchoïque.

Il s'agit ensuite de trouver les coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques (HS) du champ de pression mesuré sur la sphère. Une présentation de la théorie des harmoniques sphériques se trouve en annexes (chapitre H).

Si la décomposition d'un champ  $p$  est donnée par :

$$p(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_{nm} Y_n^m(\theta, \phi) \quad (2.1)$$

on calcule les coefficients de la décomposition du champ mesuré ainsi :

$$A_{nm} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} Y_{nm}^*(\theta, \phi) p_{mesure}(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.2)$$

La projection du champ des L=12 haut-parleurs du GSR sur la base des HS génère donc des séries de  $(N + 1)^2$  coefficients pour chaque haut-parleur ( $N$  étant le degré de décomposition) et pour chaque fréquence (le degré  $N$  sera limité par le nombre de haut-parleurs, ici  $N = 2$ ). Ils sont alors écrits sous la forme :

$$\mathbb{C}(\omega) = \begin{bmatrix} A_{00}^1(\omega) & A_{00}^2(\omega) & \dots & A_{00}^L(\omega) \\ A_{-11}^1(\omega) & A_{-11}^2(\omega) & \dots & A_{-11}^L(\omega) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{+NN}^1(\omega) & A_{+NN}^2(\omega) & \dots & A_{+NN}^L(\omega) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Enfin, la dernière opération consiste à filtrer les sinus glissants (les mêmes que ceux utilisés pour la mesure de la réponse impulsionnelle) afin que leur reproduction par le GSR engendre le pattern de directivité souhaité. Si la décomposition sur les HS du champ à reproduire est :

$$p(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n a_{nm} Y_n^m(\theta, \phi) \quad (2.4)$$

on peut calculer les filtres  $u_i$  des 12 canaux de la source par l'opération suivante :

$$u(\omega) = \mathbb{C}^{-1}(\omega) \begin{bmatrix} a_{00} Y_{00} \\ a_{-11} Y_{-11} \\ \dots \\ a_{NN} Y_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Le but était alors de reproduire les rayonnements du saxophone et du cor de basset. Or, pour obtenir la décomposition du champ rayonné par l'instrument sur les harmoniques

sphériques, il était nécessaire de faire des mesures de son champ de pression en chambre anéchoïque, pour chaque doigté et chaque fréquence que l'on souhaite reproduire. La modélisation du rayonnement des instruments à vent réalisée dans ce stage va permettre de pouvoir projeter directement le champ modélisé sur ces harmoniques sphériques. Les mesures serviront à valider le modèle.

*N.B. : Les mesures de la géométrie du cor de basset (rayon de la perce, des trous, distance inter-trous, etc) ont été faites à la toute fin de ce stage. Par conséquent, la description de l'instrument n'a pas encore été implémentée dans le programme de modélisation du rayonnement. Ceci se fera ultérieurement.*

## 2.2 Etude du rayonnement

L'objet de cette étude est donc la modélisation du champ externe lointain de l'instrument, c'est-à-dire la répartition de l'énergie rayonnée dans l'espace environnant l'instrument.

L'instrument, lorsqu'il est joué, produit un spectre sonore qui est diffusé dans l'espace. La répartition dans l'espace va dépendre de la fréquence et du doigté joué par le musicien. Le but est de connaître cette répartition. Pour cela, il est nécessaire de connaître les raisons de cette directivité. A une fréquence donnée, l'instrument se présente comme un ensemble de sources sonores : le pavillon rayonne, mais également les trous latéraux ouverts et, éventuellement, l'embouchure dans le cas de la flûte. Ces sources possèdent une directivité propre, donnée par leur géométrie. Le point remarquable est que toutes ces sources sont synchrones, puisqu'il n'y a qu'un mécanisme d'excitation pour l'ensemble de l'instrument. Cette caractéristique donne lieu à des phénomènes d'interférences constructives ou bien destructives. Ce phénomène est le facteur prédominant de la directivité d'un instrument.

Il va donc être nécessaire de connaître non seulement les directivités individuelles des sources et leur disposition géométrique, mais également les relations d'amplitude et de phase entre ces différentes sources, d'où la nécessité de modéliser le champ interne.

## 2.3 Description des instruments à vent

### 2.3.1 Description géométrique

Les instruments à trous latéraux sont composés d'un corps principal, terminé éventuellement d'un pavillon et précédée d'une embouchure.

Le corps principal est un tube, la perce est la forme intérieure de ce tube. Puisque nous faisons l'hypothèse que les parois sont infiniment rigides, le matériau de construction ne jouera aucun rôle ici. C'est la géométrie de cette perce qui nous importe. On peut distinguer deux cas : les perces à dominante cylindrique et celles à dominante conique. La flûte est constituée d'une perce cylindrique, ainsi que la clarinette, la plupart des tuyaux d'orgue et bien d'autres encore. La perce du hautbois, celle du basson et celle du saxophone sont globalement coniques. Enfin, le tube de l'instrument peut être coudé, comme

le saxophone par exemple (voir schéma plus bas).

Le corps principal est composée de nombreux trous, qui permettent d'émettre toutes les notes de la gamme habituelle. Ces trous sont décrits par leur diamètre et par la hauteur de leur cheminée. La cheminée est le conduit qui traverse la paroi pour former le trou, sa longueur est donc généralement proche de l'épaisseur de la paroi. Cependant, il arrive souvent que cette longueur soit modifiée, soit par un fraisage qui la diminue, soit par l'ajout d'une petite cheminée sur le trou, qui rallonge la hauteur totale de la cheminée. En effet, cette longueur intervient dans le comportement acoustique du trou et peut donc être ajustée par le facteur pour "accorder" le trou. Enfin, sur la plupart des instruments modernes qui mettent en jeu des mécaniques complexes, les trous sont surplombés d'un plateau. Ce plateau, qui permet de faciliter le jeu, a pour contrepartie de modifier le comportement du trou lorsqu'il est ouvert.

Enfin, l'embouchure contient le mécanisme d'excitation, bien qu'il soit évidemment incomplet sans l'instrumentiste. On peut considérer deux grands types d'embouchures. Le premier type sera dit "ouvert", en ce sens que ce côté de la perce sera en communication avec l'extérieur, même pendant le jeu. Ce type concerne les embouchures de flûtes, qu'il s'agisse d'une flûte à bec ou d'une flûte traversière. Sur l'embouchure de cette dernière viennent se poser les lèvres du flûtiste sans la fermer tout à fait. Le deuxième type sera donc appelé "fermé" : la perce est isolée de l'extérieur jusqu'au premier trou ouvert, ou, à défaut, jusqu'au pavillon.



FIG. 2.1 – Saxophone

### 2.3.2 Trous latéraux et rayonnement

Un simple tube muni d'un excitateur va produire un certain nombre de fréquences qui sont les fréquences de résonance du tube. L'excitateur possédant généralement des caractéristiques non linéaires, le musicien peut donc passer de l'une à l'autre de ces fréquences en modifiant son contrôle sur l'excitateur (par exemple en soufflant plus fort). Mais ceci est insuffisant pour produire toutes les notes dans une pièce musicale. L'instrument est donc muni de trous latéraux que le musicien peut ouvrir ou fermer à volonté.

Il en résulte que la longueur acoustique de l'instrument est modifiée : l'instrument "s'arrête" sous le premier trou ouvert en partant de l'embouchure, la configuration de l'onde stationnaire entre l'embouchure et ce trou est similaire à celle que l'on observerait si le tube était coupé sous le trou. Ceci est dû au fait que le débit acoustique s'échappe par le trou qui impose une pression presque nulle à cet endroit. En réalité, il faut considérer que le tube ainsi coupé est légèrement plus long : il faut ajouter à la longueur "embouchure-trou ouvert" une petite correction de longueur.

Ceci n'est vrai que pour la première fréquence de résonance du tube. L'instrument ne rayonne alors que par une seule source : le premier trou ouvert. Dans le cas de la flûte, il faut ajouter l'embouchure qui rayonne toujours. Aux fréquences considérées, ces sources ont un rayonnement presque omnidirectionnel. Le hautbois rayonne donc comme un monopôle et la flûte comme un dipôle.

Lorsque la fréquence augmente, l'effet dû à la discontinuité décroît : l'effet du trou devient moins important, la correction de longueur s'allonge, l'onde stationnaire s'établit de plus en plus loin ; elle finit par atteindre le trou ouvert suivant, puis le suivant, et ainsi de suite jusqu'au pavillon. Le rayonnement de l'instrument devient alors plus complexe.

Enfin, lorsque la fréquence augmente encore, les débits rayonnés par les trous latéraux deviennent de plus en plus faibles et c'est par le pavillon que la majorité du son est émis. Aux fréquences rayonnées les plus élevées, l'instrument présente un rayonnement unidirectionnel, dirigé dans l'axe du pavillon.

# Chapitre 3

## Modélisation du rayonnement des instruments à vent

Puisque les sources (trous, pavillon) sont alimentées par le champ interne de l'instrument, il s'agit donc de modéliser ce dernier. C'est dans la réalisation de cette tâche qu'avaient consisté les travaux d'A. Rousseau [2] (modélisation à 2D), puis de C. Lheureux [3] (extension à 3D). Dans ce chapitre, j'expose la méthode qui avait été utilisée pour y parvenir, on l'appellera dans la suite de l'exposé 'Méthode des matrices de transfert'.

### 3.1 Principe

Partant de l'impédance de rayonnement au bout de la perce, on remonte tronçon par tronçon aux valeurs de pression et débit dans l'instrument jusqu'à ce qu'on atteigne son embouchure. On trouve alors l'impédance d'entrée. C'est le concept de la théorie de la ligne de transmission, décrite par exemple dans [8, Keefe].

### 3.2 Modèle d'un tube percé de trous

Pour commencer, on considère que l'onde acoustique est plane à l'intérieur du tube, ce qui permet de ne considérer qu'une seule direction de propagation qui est l'axe du tube. On suppose donc que la pression et la vitesse sont uniformes sur une section perpendiculaire à cet axe. Il s'agit tout d'abord de calculer l'impédance de rayonnement de l'extrémité rayonnante. Par la suite, l'instrument est découpé en tranches. A chacune de ces tranches, on associe une matrice de transmission ou matrice de transfert qui donne la relation entre les vecteurs  $(p_e u_e)$  et  $(p_s u_s)$ , représentant la pression et le débit à l'entrée et à la sortie. Cette matrice va dépendre des caractéristiques géométriques du tronçon et de la fréquence. On a donc pour un tronçon :

$$\begin{pmatrix} p_e \\ u_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_s \\ u_s \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Puisque, par définition,  $Z = \frac{p}{u}$ , on peut écrire :

$$\frac{p_e}{p_s} \begin{pmatrix} 1 \\ 1/Z_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1/Z_s \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

On peut donc calculer récursivement tous les termes  $\alpha$  et  $\beta$  de tous les segments, en partant de la connaissance de l'impédance de sortie de l'instrument, c'est-à-dire son impédance de rayonnement. Avec cette forme, il est possible de calculer :

- l'impédance d'entrée  $Z_e$
- sa fonction de transfert en pression :  $R_p = \frac{p_s}{p_e}$ .

Un trou sera pris en compte de façon similaire. Si  $p_e$  et  $u_e$  sont la pression et le débit dans le tube juste avant le trou,  $p_s$  et  $u_s$  la pression et le débit juste après le trou et  $u_t$  le débit sortant du trou, on aura :

- l'impédance d'entrée du trou :  $Z_e = \frac{p_e}{u_e}$
- sa fonction de transfert interne :  $R_{pse} = \frac{p_s}{p_e}$
- son admittance de rayonnement :  $R_{utpe} = \frac{u_t}{p_e}$ .

Ces trois paramètres seront calculés, comme pour un segment simple, en tenant compte de la géométrie du trou et de l'impédance présente à sa sortie.

Finalement, il suffit de multiplier les matrices des  $N$  segments pour parvenir au débit et à la pression à l'entrée :

$$\begin{pmatrix} p_{entree} \\ u_{entree} \end{pmatrix} = \prod_{i=1}^N \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_{sortie} \\ u_{sortie} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Ces matrices sont données dans l'annexe A.

On connaît donc le débit de chaque source rayonnante, en amplitude et en phase puisque les grandeurs sont complexes. Il suffit alors de sommer les débits en les multipliant par leurs directivités propres  $G_i$  et en leur appliquant la différence de marche  $\delta(\theta)$ , fonction de l'angle d'observation  $\theta$ , pour obtenir la fonction de directivité de l'instrument  $Dir(\theta)$ .  $\theta$  est l'angle entre la direction d'observation et la droite perpendiculaire au plan contenant le trou.

$$Dir(\theta) = \sum_i U_i G_i(\theta) \exp(jk\delta(\theta)) \quad (3.4)$$

$G$  est donnée par :

$$G(\theta) = \frac{J_1(ka \sin \theta)^2}{\sin \theta} ((1 + \cos \theta)^2 - 2 \sin^2 \theta R_e(R) + (\cos \theta - 1)^2 |R|^2) \quad (3.5)$$

Il s'agit de la formule dite "modifiée de Kirchhoff".

# Chapitre 4

## Comparaison théorie/expérience, améliorations apportées au modèle

### 4.1 Comparaison théorie-expérience

Les comparaisons des figures de directivité théoriques avec les mesures vont globalement en faveur de la méthode. Notamment, les résultats sont très bons à basse fréquence. Mais on relève des erreurs quand la fréquence augmente. Certaines irrégularités sont dues aux conditions expérimentales (réflexion et diffraction du son émis sur le support de mesure) mais d'autres ne le sont pas, comme par exemple les problèmes sur les symétries avant/arrière, haut/bas, comme on le verra plus loin.

Ci-après est exposée une liste des différentes erreurs, observées en comparant les figures de directivité calculées avec celles mesurées.

#### **Imprécisions géométriques**

Dans le modèle de Rousseau/Lheureux, l'orientation des trous n'est pas prise précisément en compte : les trous sont orientés soit "vers le haut", soit "vers le bas", ne considérant pas les orientations intermédiaires. Lorsque la fréquence augmente, ces imprécisions géométriques seront de plus en plus grandes par rapport à la longueur d'onde, introduisant des erreurs de plus en plus importantes.

De plus, il faut remarquer que l'hypothèse d'onde plane, pour la modélisation de la propagation dans les instruments coniques et dans le pavillon, n'est pas forcément des plus réalistes.

Ces erreurs se retrouvent dans les diagrammes de directivité sous forme de rotations et de changements d'amplitude des lobes. Ainsi, on peut trouver de nombreuses divergences sur la direction exacte et la hauteur des lobes (surtout les plus petits) sur les figures concernant les fréquences élevées (>3500Hz environ pour la flûte).

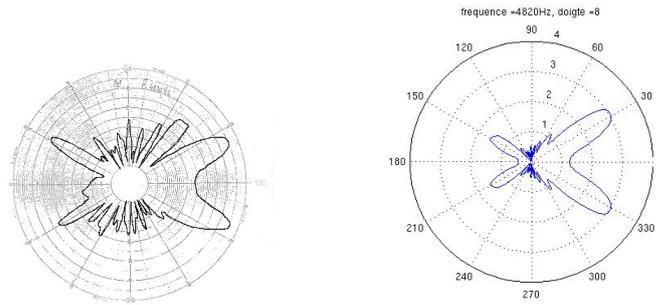


FIG. 4.1 – Flûte, Do aigu,  $f = 4820\text{Hz}$ . A gauche : mesures, à droite : théorie. (Le pavillon pointe vers la droite :  $0^\circ$ )

### Problèmes propres à la modélisation 3D

Lors de l'extension à trois dimensions par C. Lheureux du modèle implémenté par Rousseau, une simplification assez importante a été faite afin de calculer la fonction de directivité. Pour ne pas être confronté au changement de coordonnées quand on passe des trous latéraux au pavillon, la directivité de chaque trou latéral a été posée égale à 1, c'est-à-dire que l'on suppose qu'ils rayonnent de manière omnidirectionnelle. Seule la directivité du pavillon est calculée. Par conséquent, cette représentation est très proche de ce qu'on pouvait observer en deux dimensions puisque cette simplification implique une symétrie de révolution du rayonnement autour de l'axe de l'instrument.

### Autres imperfections du modèle

Certaines erreurs sont dues à des erreurs sur le calcul des débits des sources et non à des erreurs sur la modélisation de la directivité des sources. Une partie de l'explication se trouve dans les phénomènes de couplages externes entre les trous. Une autre vient du fait que les touches au-dessus des trous ne sont pas convenablement modélisées.

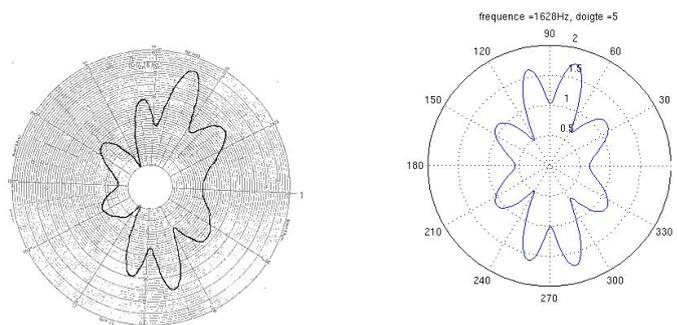


FIG. 4.2 – Flûte, Sol,  $f = 1628\text{Hz}$

## 4.2 Améliorations

### 4.2.1 Utilisation des modèles récents

#### Formules de rayonnement

Tout d'abord, l'expression de l'impédance de rayonnement [7, Caussé et al.] a été remplacée au profit d'une plus récente [5, Silva et al.], mais ce changement n'entraîne pas de modifications importantes sur les figures de directivité. Néanmoins, l'avantage de la nouvelle formulation est qu'elle est continue le long du spectre (une même formule pour les basses et hautes fréquences).

#### Modélisation du trou latéral et des touches

Par manque de temps, la modélisation du trou latéral [8, Keefe] n'a pas pu être revisitée. Ceci se fera dans la suite du stage. Il s'agira de reprendre les résultats décrits dans l'ouvrage de Chaigne et Kergomard [13, p. 316]

Dans l'implémentation de la méthode par A. Rousseau, le modèle utilisé pour décrire l'effet des plateaux au-dessus des trous était aussi celui de Keefe. Dans des méthodes plus récentes [11, Dalmont], la prise en compte du plateau se fait simplement : dans la formule d'impédance de rayonnement du trou (voir annexe 'Impédance de rayonnement'), il suffit d'ajouter une longueur de correction à la hauteur de la cheminée et à la longueur de correction due au rayonnement. Or, la modélisation de Keefe du trou latéral ne fait pas intervenir son impédance de rayonnement et il est donc délicat d'y appliquer les derniers résultats concernant les plateaux. La reprise de la modélisation des trous, en se servant des résultats actuels, permettra d'insérer plus convenablement les formules pour les plateaux, car ces résultats font intervenir l'impédance de rayonnement, ou plus exactement l'impédance de rayonnement ramenée à l'entrée du trou.

### 4.2.2 Améliorations concernant les erreurs géométriques

Il a été nécessaire de définir une nouvelle coordonnée pour la description des instruments (l'angle *Torien2*, voir annexe 'Normes pour le description des instruments'), l'ancienne description ne permettant pas de prendre en compte convenablement l'orientation des trous latéraux (la description consistait à dire si tel trou est orienté 'vers le haut' ou 'vers le bas'), ni la direction dans laquelle pointe le pavillon.

La principale amélioration fut de permettre le calcul des directivités propres de chaque trou dans le modèle 3D. Il suffit de calculer  $\theta$  qui est l'angle entre la direction d'observation et la droite perpendiculaire au plan contenant le trou.

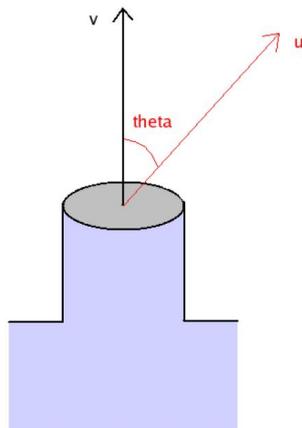


FIG. 4.3 – Schéma d'un trou latéral.  $u$  pointe vers l'observateur

Si  $\vec{u}$  est le vecteur normé pointant vers l'observateur et si  $\vec{v}$  est le vecteur sortant du trou (voir schéma ci-dessus), il vient :

$$\theta = \arccos(\vec{u} \cdot \vec{v}) \quad (4.1)$$

Cette modification a peu d'influence sur les résultats obtenus par la flûte en particulier car, ses trous ayant des dimensions très faibles devant les longueurs d'onde considérées, ceux-ci rayonnent effectivement de manière uniforme. On note tout de même des changements (rotations) pour les fréquences les plus élevées :

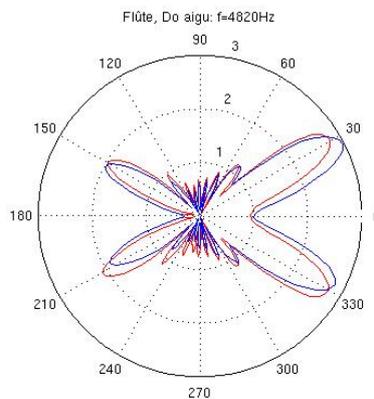


FIG. 4.4 – Diagrammes de directivité de la flûte (doigté : Do aigu,  $f = 4820\text{Hz}$ ) avec/sans prise en compte de l'orientation des trous. En rouge : prise en compte de l'orientation. L'embouchure est placée à gauche, le pavillon à droite.

Mais, au contraire, pour un instrument tel que le saxophone (dont les trous sont grands et dont, par conséquent, le rayonnement est plus complexe - voir schéma ci-après), il est nécessaire de calculer la directivité de chaque trou.

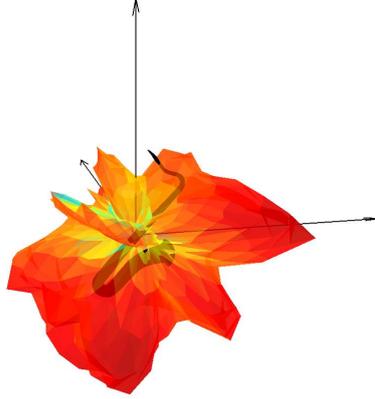


FIG. 4.5 – Figure de directivité mesurée du saxophone : doigté aigu ( $E_6$ 622Hz),  $f = 1500Hz$

Par ailleurs, la différence de marche dans l'équation (34) a été recalculée car son expression dans le programme de C. Lheureux était incorrecte. Si  $\vec{r}$  est le vecteur des coordonnées du trou considéré et si  $\vec{u}$  est le vecteur normé pointant vers l'observateur, la différence de marche entre le son venant de ce trou et celui venant d'un trou situé à l'origine des axes est le produit scalaire des deux vecteurs :

$$\delta(\theta) = \vec{r} \cdot \vec{u} \quad (4.2)$$

### 4.2.3 L'interaction externe

Jean Kergomard propose une méthode afin de modéliser l'interaction externe entre les trous [6] et celle-ci a donc été implémentée durant ce stage. Les formules et modèles récents, pour le calcul des impédances de rayonnement [5, Silva] et pour la modélisation des trous latéraux [13] et des touches [11, Dalmont], sont utilisés dans l'implémentation, qui est abordée dans le prochain chapitre. Les figures de directivité ainsi obtenues sont en annexes dans la section E.

# Chapitre 5

## Prise en compte de l'interaction externe entre les trous latéraux

### 5.1 Présentation

Comme cela a déjà été énoncé, les instruments à vent constituent plusieurs sources sonores qui sont les trous latéraux, le pavillon et éventuellement l'embouchure. Ces sources étant très proches les unes des autres, le rayonnement de l'une aura une influence sur celui des autres et inversement. Il apparaît intéressant de pouvoir modéliser ce phénomène et de voir comment il modifie le rayonnement de l'instrument. Jean Kergomard propose une méthode pour calculer cette interaction [6, Kergomard] [13, p. 692]. La prise en compte de l'interaction se fait alors via la matrice impédance de rayonnement.

Dans la méthode des matrices de transfert, les pressions de chaque trou  $i$  étaient reliées aux débits par la relation :

$$P_i = Z_i U_i \quad (5.1)$$

c'est-à-dire que les débits et pressions en sortie de chaque trou sont considérés comme étant indépendants les uns des autres. Ici, on va prendre en compte la dépendance. La pression  $P_i$  à la sortie du trou  $i$  devient alors :

$$P_i = \sum_j Z_j U_j \quad (5.2)$$

la somme portant sur l'ensemble des trous latéraux. L'impédance  $Z_j$  pour laquelle  $i = j$  est appelée autoimpédance, c'est la même que celle écrite plus haut, et les  $Z_j$  pour lesquelles  $i \neq j$  sont appelées impédances mutuelles. C'est le calcul de ces impédances mutuelles qui permet la prise en compte de l'interaction. On peut réécrire cette expression sous forme matricielle :

$$\mathbf{P} = \mathbf{Z}\mathbf{U} \quad (5.3)$$

où les impédances mutuelles sont les termes non diagonaux de la matrice impédance de rayonnement  $\mathbf{Z}$ .

## 5.2 La méthode proposée par J. Kergomard

### 5.2.1 Etape 1 : Conservation des débits

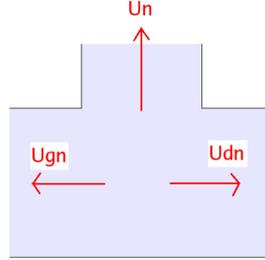


FIG. 5.1 – Schéma d'un trou latéral : représentation des débits

Ici aussi, comme dans la méthode de la ligne de transmission, on fait l'approximation d'onde plane. On cherche les débits des trous latéraux en fonction du débit d'entrée (ou de la pression d'entrée) : nous le notons  $U_{s0}$ . On a pour chaque trou la conservation du débit :

$$U_{sn} = U_n + U_{dn} + U_{gn} \quad (5.4)$$

avec  $U_{sn}$  le terme source, qui est nul partout sauf à l'entrée du tube en  $n = 0$ , avec  $U_n$  le débit qui sort de chaque trou et avec  $U_{gn}$  et  $U_{dn}$  les débits entrants dans le tuyau à droite et à gauche du trou. A la sortie, d'indice  $N$ , le débit qui rayonne est noté  $U_N$  et on a  $U_{dN} = 0$ . Pour relier les débits et pressions d'un trou au trou suivant, on a besoin des matrices de transfert.

### 5.2.2 Etape 2 : Ecriture de la matrice admittance

Il existe un grand nombre de matrices liées aux matrices de transfert qui permettent des calculs équivalents. Par exemple, on peut utiliser la formulation  $PU$  qui fait intervenir la matrice  $\begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix}$  comme plus haut. Ici on va définir une matrice admittance  $\mathbb{Y}$  qui, si  $U_{int,i}$  et  $P_{int,i}$  (*int* pour 'intérieur du tube') sont le débit et la pression à la sortie du tronçon, est telle que :

$$\begin{pmatrix} U_{int,i-1} \\ -U_{int,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_i & Y_{\mu,i} \\ Y_{\mu,i} & Y'_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{int,i-1} \\ P_{int,i} \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

avec  $Y_i = \frac{D_i}{B_i}$ ,  $Y'_i = \frac{A_i}{B_i}$ ,  $Y_{\mu,i} = \frac{-1}{B_i}$ . Les coefficients  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  sont données en annexes, section A.

*Aparté : Ces coefficients sont fonctions du nombre d'onde qui sera complexe si on considère des pertes d'énergie par viscosité par exemple. Ici, nous nous restreignons au cas sans pertes et leur prise en compte se fera ultérieurement.  $k$  est donc réel, égal à  $\omega/c$ .*

On en tire, pour deux tronçons consécutifs, l'équation suivante :

$$Y_{\mu,i+1}P_{int,i+1} + (Y'_i + Y_{i+1})P_{int,i} + Y_{\mu,i}P_{int,i-1} = 0 \quad (5.6)$$

Dans le terme de droite, il faut ajouter le termes source  $U_s$  et le terme de pertes  $-U_i$  dues au rayonnement par le trou.

De l'équation ci-dessus et, sachant que  $U_{int,n} = U_{dn} + U_{gn}$ , on déduit :

$$U_{dn} = Y_n P_{int,n} + Y_{\mu n} P_{int,n+1} \quad (5.7a)$$

$$U_{gn} = Y_{\mu n} P_{int,n-1} + Y'_{n-1} P_{int,n} \quad (5.7b)$$

On en tire une relation matricielle entre le vecteur des débits rayonnés et le vecteurs des pressions dans la perce :

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{U} + \mathbb{Y}\mathbf{P}_{int} \quad (5.8)$$

où la matrice  $\mathbb{Y}$  est tridiagonale, contenant les éléments  $Y_n$ ,  $Y'_n$  et  $Y_{\mu,n}$  connus.

Il faut maintenant écrire la relation entre la pression dans le tuyau et le débit rayonné afin de n'avoir plus qu'une inconnue, le vecteur  $U$ .

### 5.2.3 Etape 3 : Expression de la pression dans la perce en fonction de la pression à la sortie du trou latéral

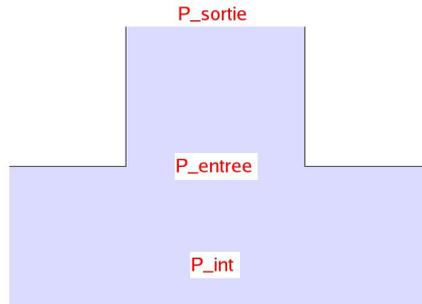


FIG. 5.2 – Schéma d'un trou latéral

J'utilise ici les résultats énoncés dans le livre de Chainé et Kergomard [13, p. 316]. On cherche maintenant à relier les modes plans dans le tuyau principal (la perce) calculés dans le plan médian du trou (supposé symétrique) avec le mode plan dans le tuyau que

constitue le trou (cheminée). On peut montrer que, à basse fréquence, le passage de la pression dans la perce  $P_{int}$  à la pression à l'entrée du trou  $P_{entree}$  se fait au moyen d'une masse acoustique (dite symétrique)  $m_s = \frac{\rho l}{S}$  où  $S$  est la section du trou. La longueur  $l$  est donnée en annexes.

$$P_{int} - P_{entree} = j\omega m_s U$$

De même, avec le même degré d'approximation, on peut exprimer la pression à l'entrée du trou en fonction de la pression à la sortie du trou avec une masse acoustique  $M \frac{\rho h}{S}$  où  $h$  est la hauteur de la cheminée.

$$P_{entree} = j\omega M U + P_{sortie}$$

avec  $M = \rho h / S$ , où  $h$  est la hauteur de la cheminée et  $S$  la surface du trou.

Pour la démonstration, on peut calculer les matrices de transfert permettant le passage des valeurs d'entrée aux valeurs de sortie. On vérifie qu'au même ordre de développement en fréquence, on aboutit aux résultats précédents.

On obtient donc :

$$P_{int} = (j\omega m_s + M)U + P_{sortie} \quad (5.9)$$

où  $m_s$  est donnée à la partie B des annexes. Pour obtenir cette dernière relation, on aura fait l'hypothèse simplificatrice que les trous n'interagissent pas les uns par rapport aux autres dans la perce (masse antisymétrique négligée) et que la cheminée est suffisamment courte pour supposer le débit constant à travers elle :  $U_{entree} = U_{sortie} = U$ .

## 5.2.4 Etape 4 : Matrice impédance de rayonnement

Il reste à exprimer la relation de matrice impédance de rayonnement  $\mathbb{Z}_{\mathbb{R}}$  :

$$\mathbf{P}_{sortie} = \mathbb{Z}_{\mathbb{R}} \mathbf{U} \quad (5.10)$$

$\mathbb{Z}_{\mathbb{R}}$  est une matrice pleine. Les termes sur sa diagonale sont les autoimpédances et les autres sont les impédances mutuelles. C'est dans ces derniers termes non diagonaux que se révèlent les couplages externes entre les trous latéraux. En effet, ignorer l'interaction externe revient à considérer la matrice  $\mathbb{Z}_{\mathbb{R}}$  comme diagonale.

### Autoimpédances

On exprime l'impédance de rayonnement du trou  $i$  en fonction d'une longueur de correction  $L_i$  et du coefficient de réflexion  $R_i$ . Pour la convention  $exp(+j\omega t)$ , on a :

$$Z_{ii} = \rho c S_i \frac{1 + R_i}{1 - R_i} = j\rho c S_i \tan(kL_i + \frac{1}{2} \ln |R_i|) \quad (5.11)$$

Il faut alors distinguer deux cas. La longueur de correction due au rayonnement  $L$  et le coefficient de réflexion  $R$  peuvent se calculer de différentes manières : dans les deux cas

extrêmes, on considère un trou soit comme un cylindre encastré dans un plan infini, soit comme un cylindre sans épaisseur. Les formules utilisées pour ces calculs sont données dans l'article [5, Silva].

A la vue des figures de directivité, il s'avère que les résultats obtenus pour les deux modélisations sont à peu près semblables. Néanmoins, la formule pour le cylindre sans épaisseur semble donner de meilleurs résultats et sera donc retenue pour le calcul des impédances de rayonnement.

Concernant les plateaux éventuellement présents au-dessus des trous, il s'avère que ceux-ci peuvent être simplement modélisés par l'ajout d'une longueur de correction à  $L$  [11, Dalmont]. Aussi, si un plateau est présent au-dessus d'un trou, il faudra ajouter une nouvelle longueur de correction  $L_{pad}$  à la longueur de rayonnement  $L$  afin d'obtenir la correction totale  $L_{tot}$  à appliquer au-dessus de la cheminée du trou :

$$L_{tot} = L + L_{pad} \quad (5.12)$$

Ces longueurs de corrections dues aux plateaux sont données en annexes et sont tirées de l'article [11]. Là aussi, il faudra différencier deux cas, suivant que les plateaux soient perforés (comme pour la flûte traversière) ou pleins (comme pour le saxophone).

### Impédances mutuelles

Pour le calcul des autoimpédances, il a été choisi d'utiliser l'approximation du cylindre sans épaisseur. Il paraîtrait donc logique d'utiliser une hypothèse semblable pour le calcul des impédances mutuelles.

Les formules permettant de calculer les impédances mutuelles de cylindres sans épaisseur imposent des hypothèses assez réductrices. En particulier, on doit avoir  $kd$  grand, où  $d$  est la distance entre deux trous donnés. On se limiterait donc au cas des basses fréquences ou bien à celui où la distance entre chaque trou est grande devant la longueur d'onde.

Or, il se trouve qu'on a une formule exacte pour les impédances mutuelles de trous 'sur plan infini', permettant alors de prendre en considération la position et l'orientation exactes de chaque trou. Cette expression est déduite de l'intégrale de Rayleigh (voir annexe C pour le détail du calcul permettant d'obtenir la formule pour l'impédance mutuelle).

De plus, comme souligné plus haut, il apparaissait lors de la comparaison des expressions 'avec plan' et 'sans plan' que les différences entre les deux modélisations étaient faibles. Aussi, on utilisera la modèle de cylindre encastré dans un plan pour calculer les impédances mutuelles entre chaque trou latéral. Pour deux trous  $i$  et  $j$ , celle-ci est alors donnée par :

$$Z_{ij} = j\rho c \frac{k}{2\pi} \frac{1}{S_i S_j} \iint \frac{e^{-jk|r_i - r_j|}}{|r_i - r_j|} dS_i dS_j \quad (5.13)$$

où  $r_i$  décrit le trou  $i$  de surface  $S_i$ .

Le calcul de cette intégrale se fera par discrétisation des trous et par sommation des contributions de chaque élément du maillage.

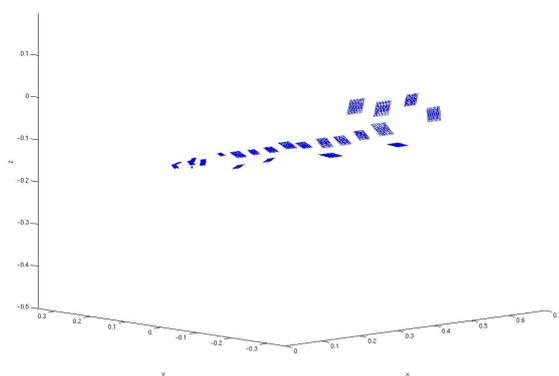


FIG. 5.3 – Discrétisation des trous latéraux du saxophone ténor (la surface de chaque trou a été approximée par une surface carrée)

### 5.2.5 Etape 5 : Système final

Finalement, la solution du problème est donnée par :

$$\mathbf{U} = (\mathbb{I} + \mathbb{Y}(j\omega\mathbf{M}\mathbb{I} + \mathbb{Z}_{\mathbb{R}}))^{-1}\mathbf{U}_s \quad (5.14)$$

Il reste ensuite à calculer la fonction de directivité (équation (3.4)) afin d'obtenir une représentation du rayonnement.

## 5.3 Comparaison théorie-expérience

### 5.3.1 Sans interaction externe

La méthode proposée par J. Kergomard a été appliquée à la flûte, au hautbois, au basson, à la clarinette basse et au saxophone. Lorsqu'on ne considère pas l'interaction externe (impédances mutuelles nulles), on trouve des résultats en bon accord avec la théorie et similaires à ceux donnés par la méthode des matrices de transfert. Les figures de directivité calculées sont un peu moins en accord avec les mesures dans le cas du saxophone, ce qui est peut-être dû à l'approximation d'onde plane qui, au vu des dimensions de l'instrument, doit être moins justifiée.

### 5.3.2 Avec interaction externe

Pour le basson, le hautbois et la clarinette basse, il s'avère que l'interaction est négligeable. Par contre, elle a une certaine importance dans les rayonnements de la flûte et du saxophone. Dans le cas de la flûte, la prise en compte de l'interaction externe permet de se rapprocher davantage des mesures (il s'agit d'une appréciation visuelle) que ne le fait la méthode des matrices de transfert.

En ce qui concerne le saxophone, les diagrammes de directivité modélisés lorsque l'interaction est prise en compte sont en moins bon accord avec les mesures que ceux obtenus

sans interaction. Ceci nous montre que le fait d'avoir assimilé les trous latéraux à des cylindres encastrés dans des plans infinis, pour le calcul des impédances mutuelles de rayonnement, n'était peut-être pas un choix judicieux. Ce choix présente l'avantage que la seule hypothèse faite est celle du plan infini, mais elle apparaît être trop restrictive pour un instrument tel que le saxophone (trous de gros diamètre).

## 5.4 Evaluation de la méthode

Pour les instruments où l'interaction externe est négligeable, la méthode de Kergomard donne des résultats très semblables à ceux obtenus par la technique des matrices de transfert. Les temps de calculs pour parvenir aux figures de directivité sont presque aussi rapides que ceux de la méthode des matrices de transfert.

Pour la raison invoquée dans le point précédent, il faudra trouver une façon de calculer plus justement les impédances mutuelles. Néanmoins, on obtient déjà des résultats intéressants, à savoir notamment que l'interaction ne joue pas forcément un rôle pour tous les instruments. De plus, en ce qui concerne la flûte traversière, la prise en compte de l'interaction semble être bonne, contrairement au cas du saxophone.

D'autre part, une limite à cette méthode est qu'elle ne prend pas en compte l'influence des trous fermés sur la propagation interne. Mais il apparaît que leur effet est négligeable car, si le calcul de l'interaction n'est pas effectué (termes d'impédances mutuelles choisis nuls, voir 5.2.4), on retrouve les résultats de la méthode des matrices de transfert.

Il y a une autre conséquence au fait de ne pas prendre en compte les trous fermés. Celle-ci apparaît lorsque l'on s'intéresse aux instruments qui ne sont ni des cylindres ni des cônes parfaits. Dans la méthode implémentée par A. Rousseau, le maillage, correspondant au découpage de l'instrument en segments, est choisi par l'utilisateur qui peut le rendre aussi fin qu'il le souhaite, afin de bien prendre en compte les variations de diamètre de la perce. Un maillage fin est particulièrement recommandé près du pavillon dont la section varie rapidement. Or, dans la méthode de Kergomard, les points du maillage sont les trous ouverts. Ainsi, si la perce n'est pas parfaitement cylindrique ou conique, le nombre de trous fermés influera directement sur la façon dont est décrite l'instrument. Cela n'aura pas beaucoup d'effets si peu de trous sont fermés mais, dans le cas contraire, les résultats ne seront pas aussi précis (voir schéma ci-dessous).

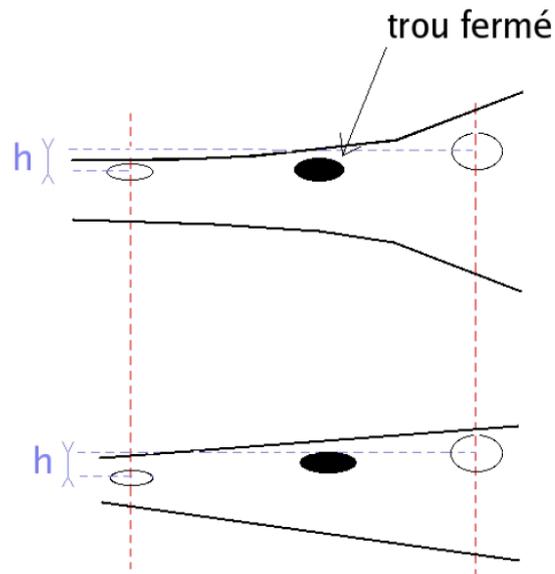


FIG. 5.4 – En haut : instrument réel. Le diamètre de la perce est calculé au niveau de chaque trou ouvert. Aussi, si des trous sont fermés, la description du tube en sera modifiée et sera donc moins fidèle à la réalité (schéma du bas).

On préférera donc utiliser la méthode des matrices de transfert lorsqu'il s'agira d'étudier le rayonnement dans le cas de doigts caractérisés par un grand nombre de trous fermés

# Chapitre 6

## Compréhension du phénomène d'interaction

### 6.1 Etude paramétrique

#### 6.1.1 Approche, but

Afin de comprendre pourquoi l'interaction externe joue un rôle important uniquement pour certains instruments, une étude paramétrique a été réalisée. On y évalue l'influence de la fréquence et celle de la géométrie sur l'interaction externe. L'instrument étudié ici est un tube cylindrique, sans épaisseur, muni de 8 trous latéraux identiques et uniformément espacés. Les paramètres importants seront la distance entre les trous, leur rayon et le rayon de la perce.

#### 6.1.2 Mise en place

On s'intéresse aux écarts entre les figures de directivité obtenues lorsque les couplages externes ont été pris en compte et les figures obtenues lorsqu'ils ne sont pas considérés (termes non diagonaux de la matrice impédance de rayonnement posés égaux à zéro). Le choix en lui-même de la fonction à tracer pour évaluer ces écarts porte à réflexion (cette réflexion sera menée plus amplement dans la suite du stage). Ici, on considère la fonction  $S$  ci-dessous qui est la somme (normalisée) sur  $\theta$  de la différence entre la directivité  $Dir(\theta)$  calculée sans interaction externe et la directivité  $Dir_{interac}(\theta)$  calculée avec.

$$S = \frac{\sum_{\theta} |Dir(\theta) - Dir_{interac}(\theta)|}{\sum_{\theta} Dir(\theta)} \quad (6.1)$$

$S$  varie donc entre 0 (pas de couplage) et 1 (la différence causée par les couplages sur la fonction de directivité est de l'ordre de la directivité elle-même).  $S$  a été tracée en fonction de la fréquence  $freq$  et des paramètres cités plus haut, à savoir la distance inter-trous  $Dist$ , le rayon des trous  $Dtrou$  et celui de la perce  $Dtube$ .

## 6.2 Résultats

### 6.2.1 $S = f(D_{trou}, freq)$

Un résultat intéressant apparaît lorsque l'on évalue  $S$  en fonction du diamètre des trous, en gardant constante la distance entre les extrémités de chaque trou. Il apparaît que l'interaction n'intervient que dans une bande particulière de fréquences (en fait plusieurs, mais au vu des tessitures des instruments considérés, on ne regarde pas ce qui se passe au-dessus de 4000Hz) et que celle-ci est quasi-indépendante de la taille des trous.

### 6.2.2 $S = f(Dist, freq)$

Augmenter la distance inter-trous a pour effet de :

- déplacer vers le bas du spectre la bande de fréquence à laquelle interviennent les couplages externes (comme on l'aurait prévu)
- de rétrécir cette bande.

### 6.2.3 $S = f(D_{tube}, freq)$

Augmenter le diamètre du tube a pour effet de :

- déplacer vers le bas du spectre la bande de fréquence à laquelle interviennent les couplages externes
- de l'élargir.

## 6.3 Discussion

On s'aperçoit que l'effet des couplages sur le rayonnement peut être très important ( $S = 0.5$  parfois) mais ceci est dû au fait que l'instrument modélisé est cylindrique et possède des trous régulièrement espacés. Dans ce cas, il y a un cumul des interactions entre les rayonnements de chaque trou car c'est toujours la même fréquence caractéristique qui est en jeu. Ainsi, le principal résultat apporté par cette étude est que la régularité de la position des trous va importer grandement dans la contribution totale des couplages au rayonnement. On comprend alors pourquoi l'interaction joue un rôle plus fort dans le rayonnement de la flûte traversière que dans celui des autres instruments étudiés. Ceci vient en effet de la 'bonne' régularité de l'instrument : les distances entre chaque trou sont semblables et sa perce est cylindrique.

# Conclusion

L'implémentation de la méthode proposée par J. Kergomard pour prendre en compte l'interaction externe entre les trous latéraux a permis de modéliser les rayonnements de la flûte traversière, du hautbois, de la clarinette basse, du basson, du saxophone et bientôt du cor de basset. Les résultats obtenus sont très semblables à ceux obtenus par la méthode des matrices de transfert lorsque l'interaction externe est négligeable.

Il est intéressant de remarquer que le phénomène d'interaction n'a pas la même importance pour tous les instruments. Ainsi, parmi ceux étudiés, les couplages ne sont influents que chez la flûte. L'étude paramétrique a permis de montrer que ceci était dû à la géométrie "régulière" de cet instrument, notamment en ce qui concerne la disposition des trous latéraux qui sont environ à égale distance les uns des autres.

Si le calcul de l'interaction est bien en accord avec les mesures dans le cas de la flûte traversière, celui-ci est erroné lorsqu'on l'applique au saxophone. Pour ce dernier, l'hypothèse qui consiste à considérer que les trous latéraux sont encastrés dans un écran infini n'est plus valable. Il s'agira donc dans la suite du stage (qui se termine en fait début septembre) de trouver une meilleure expression pour le calcul des couplages externes.

D'autre part, les limitations de la méthode pour l'interaction ont été mises en relief. Lorsque la section de l'instrument considéré varie rapidement et lorsque peu de trous sont ouverts, il conviendra d'utiliser une autre méthode de modélisation du rayonnement qui prenne en compte les trous fermés.

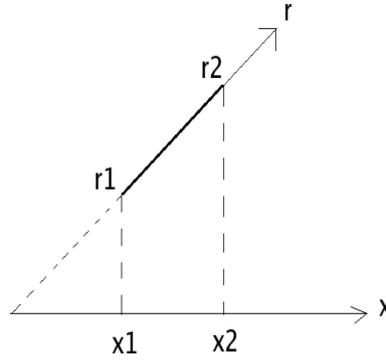
Par ailleurs, ce stage a permis de "mettre à jour" la modélisation de Rousseau/Lheureux (méthode des matrices de transfert) en y remplaçant les expressions des impédances de rayonnement notamment. Il reste encore à reprendre le modèle du trou latéral [13, Chaigne, Kergomard] et à y incorporer les formules pour les plateaux [11, Dalmont et al.].

De plus, la modélisation du rayonnement à 3D réalisée par C. Lheureux a été corrigée et améliorée. Dorénavant, la modélisation s'effectue en prenant en compte de manière exacte l'orientation et la position des trous et du pavillon.

L'objectif initial, à savoir la modélisation du rayonnement du cor de basset, est pratiquement atteint. Il ne reste plus qu'à entrer les données géométriques de l'instrument dans le programme. Après validation du modèle auprès des mesures, celui-ci pourra être utilisé dans le cadre de la reproduction du rayonnement (voir 2.1.2).

# Annexes

## A- Matrices de transfert



Si, entre deux abscisses 1 et 2, on a :

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ U_2 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

la matrice de transfert du tronç de cône entre les abscisses 1 et 2 est telle que :

$$A = \frac{R_2}{R_1} \cos kL - \frac{\sin kl}{kx_1} \quad (6.3)$$

$$B = j \frac{\rho c}{\pi R_1 R_2} \sin kL \quad (6.4)$$

$$C = \frac{\pi R_1 R_2}{\rho c} \left( j \sin kl \left( 1 + \frac{1}{k^2 x_1 x_2} \right) + \frac{\cos kl}{jk} \left( \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right) \right) \quad (6.5)$$

$$D = \frac{R_1}{R_2} \cos kL + \frac{\sin kl}{kx_2} \quad (6.6)$$

où  $l$  est la distance entre les points 1 et 2,  $x_1$  et  $x_2$  sont leurs abscisses respectives,  $R_1$  et  $R_2$  sont les rayons de la perce au niveau de chacun de ces points et où  $k$  est le nombre d'onde.

Pour obtenir la matrice pour un cylindre, il suffit de poser  $R_1 = R_2$  et faire tendre  $x_1$  et  $x_2$  vers l'infini.

## B- Modèle du trou latéral

Le modèle de trou latéral utilisé pour l'implémentation de la méthode pour l'interaction est celui présenté dans le livre de Chaigne et Kergomard [13, p. 316-320].

On note  $b$  le rayon du trou latéral,  $a$  celui de la perce et  $\delta = b/a$  le rapport des rayons.

La masse acoustique  $m_s$ , permettant de relier la pression dans la perce (cylindrique) à celle à l'entrée du trou, est donnée par :

$$m_s = \rho \frac{t_s}{\pi b^2} \tag{6.7}$$

avec

$$\frac{t_s}{b} = 0.82 - 0.193\delta - 1.09\delta^2 + 1.27\delta^3 - 0.71\delta^4 \tag{6.8}$$

## C- Impédances de rayonnement

### C.1- Autoimpédances

Les formules utilisées pour le calcul des impédances de rayonnement sont tirées de [5, Silva]. Pour la convention  $\exp +j\omega t$ , l'impédance de rayonnement d'un cylindre s'écrit :

$$Z = \rho c S \frac{1+R}{1-R} = j\rho c S \tan(kL + \frac{1}{2} \ln |R|) \quad (6.9)$$

où  $S$  est la section du cylindre,  $L$  est la longueur de correction due au rayonnement et  $R$  le coefficient de réflexion.  $L$  et  $R$  sont donnés en fonction de coefficients qui dépendent des deux cas considérés : cylindre dans un écran infini parfaitement rigide, cylindre sans épaisseur.

$$|R| = \frac{1 + a(ka)^2}{1 + (\beta + a_1)(ka)^2 + a_2(ka)^4 + a_3(ka)^6} \quad (6.10)$$

$$\frac{L}{a} = \eta \frac{1 + b_1(ka)^2}{1 + b_2(ka)^2 + b_3(ka)^4 + b_4(ka)^6} \quad (6.11)$$

où  $a$  est le rayon du trou. Les coefficients sont donnés par :

sans plan	avec plan
$\beta = 0.5, \eta = 0.6133$	$\beta = 1, \eta = 0.8216$
$a_1 = 0.800$	$a_1 = 0.730$
$a_2 = 0.266$	$a_2 = 0.372$
$a_3 = 0.0263$	$a_3 = 0.0231$
$b_1 = 0.0599$	$b_1 = 0.244$
$b_2 = 0.238$	$b_2 = 0.723$
$b_3 = -0.0153$	$b_3 = -0.0198$
$b_4 = 0.00150$	$b_4 = 0.00366$

Ces formules ne suivent pas le principe de causalité, mais, vu qu'ici nous ne nous intéressons pas à l'aspect temporel pour la modélisation, ce sont ces expressions qui nous fournissent les meilleurs approximations (erreur inférieure à 2% pour  $ka < 3$ ).

### C.2- Impédances mutuelles

Les impédances mutuelles ont été calculées pour des trous dont les parois sont infiniment épaisses. On présente dans cette section comment on parvient à cette expression. Pour plus de détails, notamment sur la fonction de Green, vous pouvez vous référer au livre de Chaigne et Kergomard [13].

Soit une source étendue de surface  $S$  et encastrée dans  $S_H$ , plan infini rigide. On peut exprimer la pression dans le demi-espace en fonction d'une fonction de Green vérifiant tout type de conditions aux limites :

$$G_H = 2 \frac{e^{-jk|r-r'|}}{4\pi|r-r'|} \quad (6.12)$$

où  $r$  est la coordonnée du point d'observation et  $r'$  décrit le plan infini.

$$P(r) = \int_{S_H} (P(r') \frac{\partial G_H}{\partial n_H} - G_H \frac{\partial P(r')}{\partial n_H}) dS_H \quad (6.13)$$

Par construction, la dérivée normale de la fonction de Green  $G_H$  s'annule sur toute la surface  $S_H$  et celle de  $P(r)$  également, sauf sur  $S$  :

$$P(r) = - \int_S G_H \frac{\partial P(r')}{\partial n_H} dS \quad (6.14)$$

En écrivant explicitement  $G_H$  et en utilisant l'équation d'Euler  $\nabla P = -j\omega\rho V_n$ , on obtient :

$$P(r) = \frac{j\omega\rho}{2\pi} \int_S \frac{V_n(r')}{|r - r'|} e^{-jk|r-r'|} dS \quad (6.15)$$

Cette dernière expression est connue sous le nom d'intégrale de Rayleigh et permet d'exprimer l'impédance mutuelle entre deux trous  $i$  et  $j$  :

$$Z_{ij} = j\rho c \frac{k}{2\pi} \frac{1}{S_i S_j} \iint \frac{e^{-jk|r_i - r_j|}}{|r_i - r_j|} dS_i dS_j \quad (6.16)$$

## D- Correction en présence d'une touche

L'article [11] fournit des formules pour les longueurs de correction dues à la présence de touches au-dessus des trous. La prise en compte de ces plateaux dans le modèle se fait par l'ajout, dans la formule de l'impédance de rayonnement, de cette longueur à la longueur de correction due au rayonnement.

On distingue deux cas, suivant que le plateau soit perforé (flûte traversière) ou non. Pour un pad plein :

$$x_{plein} = \frac{a}{3.5(h/a)^{0.8}(h/a + 3w/a)^{-0.4} + 30(h/d)^{2.6}} \quad (6.17)$$

Pour un pad perforé :

$$x_{perf} = \frac{x_{plein}}{1 + 5(\delta_e/a)^{-1.35}(h/a)^{-0.2}} \quad (6.18)$$

avec :

$$\delta_e = a(1.64a/q - 0.15a/d - 1.1 + ea/q^2) \quad (6.19)$$

$a$  est le rayon du trou,  $h$  la hauteur du pad,  $w$  l'épaisseur de la cheminée,  $d$  le rayon du pad,  $q$  le rayon du trou dans le pad et  $e$  l'épaisseur du pad.

## E- Figures de directivité

On trouvera ici les diagrammes de directivité expérimentaux (à gauche) et théoriques (à droite) obtenus avec la méthode de Kergomard. Sur les diagrammes théoriques, les courbes tracés avec prise en compte de l'interaction sont en rouge.

### E.1- Flûte traversière, avec et sans interaction

Doigté : Do aigu

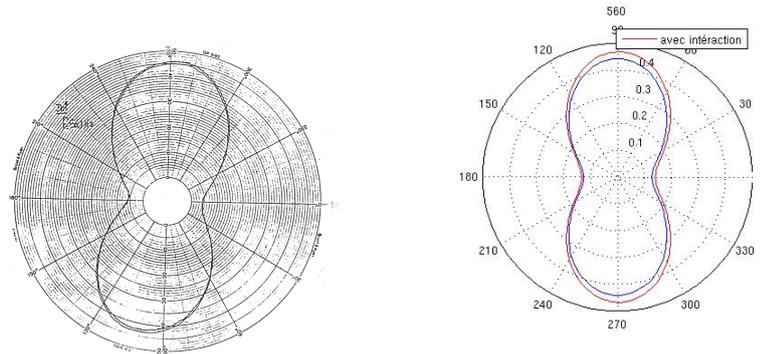


FIG. 6.1 – à gauche : figure expérimentale, à droite : figure théorique.  $f = 560Hz$

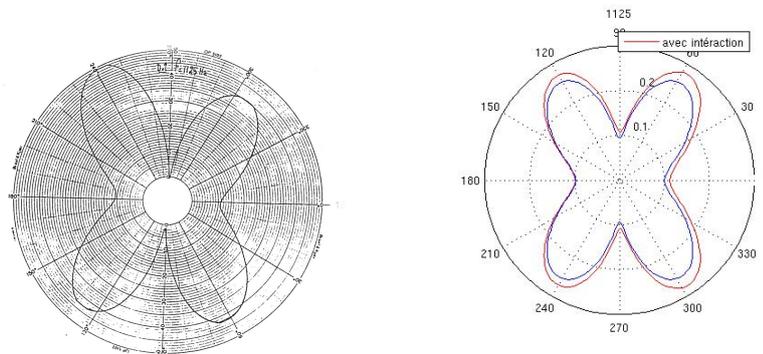


FIG. 6.2 –  $f = 1125Hz$

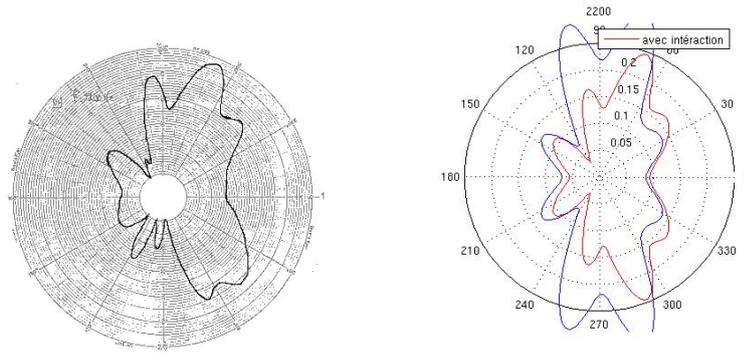


FIG. 6.3 –  $f = 2200Hz$

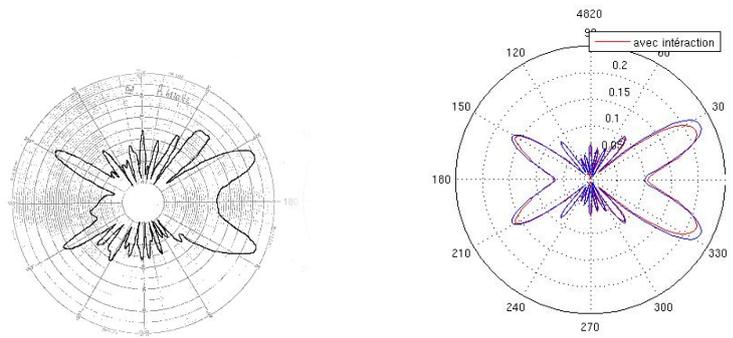


FIG. 6.4 –  $f = 4820Hz$

## E.2- Saxophone tenor, sans interaction

Le calcul de l'interaction externe (impédances mutuelles calculées pour des cylindres dans des plans parfaitement rigides et infinis) donnant de mauvais résultats dans le cas du saxophone, les figures présentées ci-après sont donc obtenues sans prise en compte des couplages. Les doigts sont représentés ci-dessous :

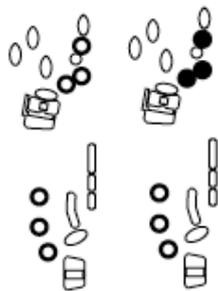


FIG. 6.5 – Représentation des touches. Les touches enfoncées sont celles représentées en noir.

### E.2.1- Doigté libre

Le doigté est dit libre car aucune touche n'est actionnée. Il s'agit de la position du saxophone au repos.

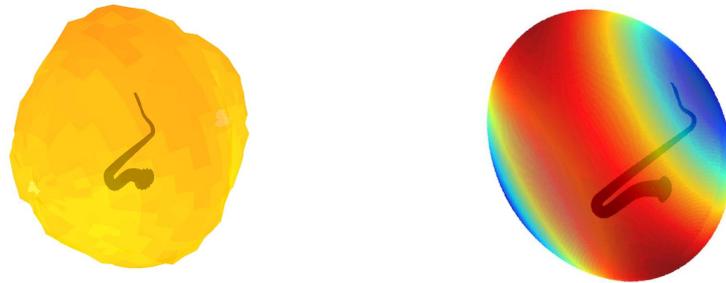


FIG. 6.6 – à gauche : mesures, à droite : théorie.  $f = 200Hz$



FIG. 6.7 –  $f = 600Hz$

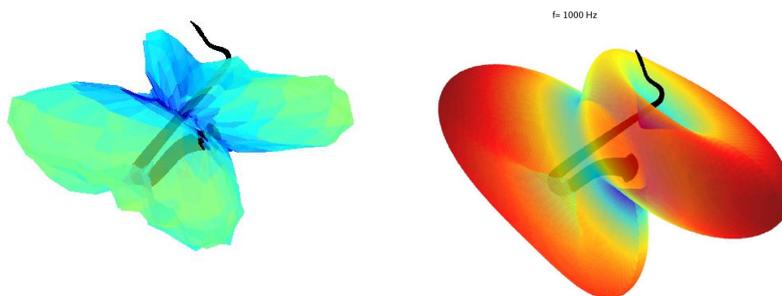


FIG. 6.8 –  $f = 1000Hz$

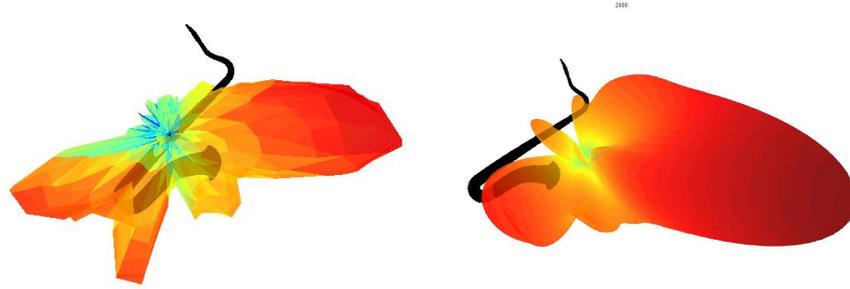


FIG. 6.9 -  $f = 2000Hz$

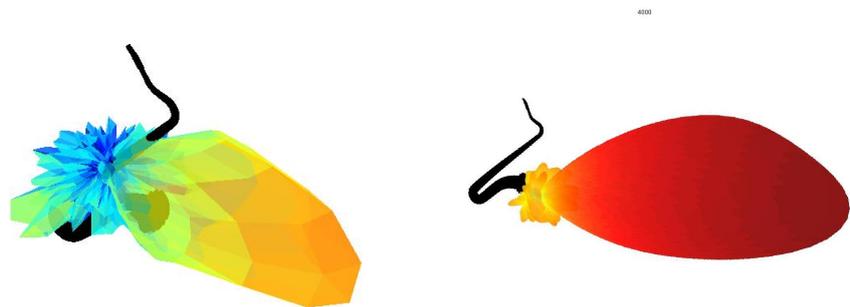


FIG. 6.10 -  $f = 4000Hz$

### E.2.2- Doigté semi-fermé



FIG. 6.11 -  $f = 600Hz$



FIG. 6.12 -  $f = 800Hz$



FIG. 6.13 -  $f = 1000Hz$

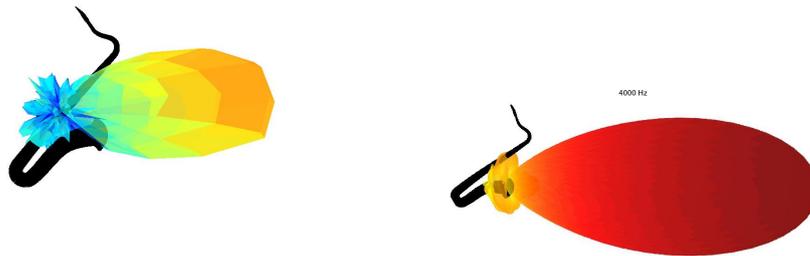


FIG. 6.14 -  $f = 4000Hz$

## F- Etude paramétrique

L'étude a été réalisée pour une flûte à 8 trous.

$Dist$  représente la distance inter-trous ( $Dist = 0$  signifie que les trous se touchent),  $Dtrou$  le diamètre des trous,  $Dtube$  le diamètre de la perce et  $freq$  la fréquence.

On trace  $S$  en fonction de ces différents paramètres.

$$S = \frac{\sum_{\theta} |Dir(\theta) - Dir_{interac}(\theta)|}{\sum_{\theta} Dir(\theta)} \quad (6.20)$$

où  $Dir$  et  $Dir_{interac}$  sont les directivités de l'instrument obtenues sans et avec prise en compte de l'interaction externe entre les trous latéraux.

### F.1- $S(Dist, freq)$

$Dtube = 20mm$

$Dtube = 30mm$

$Dtube = 40mm$

### F.2- $S(Dtrou, freq)$

$Dtube = 20mm$

$Dtube = 30mm$

$Dtube = 40mm$

aaaaaaaaaaaaaa

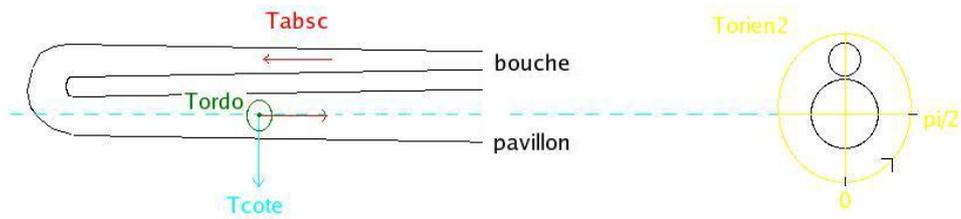
aaaaaaaaaaaaa

aaaaaaaaaaaa

aaaaaaaa

## G- Normes pour la description des instruments

Cette annexe a pour but d'indiquer les sens des différents vecteurs utilisés dans la description des instruments à vent. Ceci pourra servir pour les mesures à venir.



Avec courbure du pavillon (cas du saxophone)

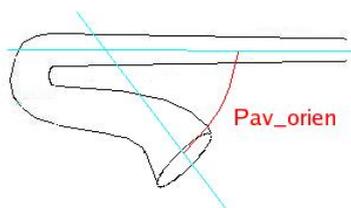


FIG. 6.15 – Saxophone

## H- Harmoniques sphériques

Les harmoniques sphériques (HS) sont un outil mathématique prenant par à la résolution de l'équation d'onde dans un système de coordonnées sphériques. Dans un tel système, l'équation d'onde décrivant la pression s'écrit :

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (6.21)$$

où  $c$  est la célérité de l'onde dans le milieu. En appliquant une méthode de résolution par séparation des variables  $r$ ,  $\theta$ ,  $\phi$  et  $t$ , on peut montrer que la pression s'écrit :

$$p(r, \theta, \phi, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (A_{nm} h_n(kr) + B_{nm} h_n^*(kr)) Y_n^m(\theta, \phi) \quad (6.22)$$

où  $k$  est le nombre d'onde,  $A_{nm}$  et  $B_{nm}$  des coefficients complexes et  $h_n$  les fonctions de Hankel sphériques. Le premier terme étant un terme de propagation, le terme de directivité  $Y_n^m$  est la fonction des harmoniques sphériques de degré  $n$  et d'ordre  $m$  qui se définit par :

$$Y_n^m(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (6.23)$$

Les fonctions  $P_n^m$  sont les fonctions associées de Legendre, dérivées des polynômes de Legendre, que l'on calcule pour des valeurs négatives de  $m$  :

$$P_n^{-m}(x) = (-1)^m \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(x) \quad (6.24)$$

avec  $m > 0$ .

Les HS possèdent des propriétés mathématiques remarquables, comme une symétrie hermitienne à l'ordre  $m$  ainsi que l'orthonormalité. Les HS définissent alors une base mathématique sur laquelle toute fonction  $f(\theta, \phi)$  de carré sommable sur une sphère peut se décomposer :

$$f(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_{nm} Y_n^m(\theta, \phi) \quad (6.25)$$

Mathématiquement, la décomposition en HS donne une solution de l'équation d'onde en coordonnées sphériques. Les coefficients  $A_{nm}$  caractérisent le champ  $f$  au niveau de la sphère d'analyse, c'est-à-dire à une distance donnée du centre. Pour connaître alors le champ en tout point de l'espace, il faut pondérer ce résultat par un terme de propagation calculé à l'aide des fonctions de Hankel.

On peut calculer les coefficients issus de la décomposition du champ  $f$  par un produit scalaire :

$$A_{nm} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} Y_n^m(\theta, \phi) f(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \quad (6.26)$$

## G- Codes

# Bibliographie

- [1] Rapport de stage d'E. Boyer : *Le contrôle du rayonnement appliqué à la reproduction sonore d'un instrument de musique*. 2009.
- [2] Rapport de stage d'A. Rousseau : *Modélisation du rayonnement des instruments à vent à trous latéraux*. 1996.
- [3] Rapport de stage d'C. Lheureux : *Simulation et mesure du rayonnement de différents instruments à vent à trous latéraux*. 1997.
- [4] H. Levine, J. Schwinger : *On the radiation of sound from an unflanged circular pipe*. Physical Review, vol. 73, 4, 1948.
- [5] F.Silva, Ph. Guillemain, J. Kergomard, B. Mallaroni, A.A. Norris : *Approximation formulae for the acoustic radiation impedance of a cylindrical pipe*. Journal of Sound and Vibration 322 255-263, 2009.
- [6] J. Kergomard : *Tone hole external interactions in woodwinds musical instruments*. 13th International Congress on Acoustics, p.53, 1989.
- [7] R. Causse, J. Kergomard : *Input impedance of brass musical instruments - Comparison between experiment and numerical models*. J. Acoust. Soc. Am. 75(1), 1984.
- [8] D. H. Keefe : *Theory of the single woodwind tone hole*. J. Acoust. Soc. Am. 72(3), 1982.
- [9] R. L. Pritchard : *Mutual acoustic impedance between radiators in an infinite rigid plane*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.32, 6, 1960.
- [10] K.-C. Chan : *Mutual acoustic impedance between flexible disks of different sizes in an infinite rigid plane*, The Journal of the Acoustical Society of America, vol.42, 5, 1967.
- [11] J.P. Dalmont, K. Nederveen et N. Joly, Radiation impedance of tubes with different flanges : numerical and experimental investigation. *J. Sound Vib.*, 244(3) :505-534, 2001.
- [12] V. Dubos, J. Kergomard, A. Khettabi, J.-P. Dalmont, Theory of Sound Propagation in a Duct with a Branches Tube Using Modal Decomposition. *Acustica*, 85 :153-169, 1999.
- [13] A. Chaigne, J. Kergomard : *Acoustique des instruments de musique*. Edition Belin, Collection Echelles, 2008.